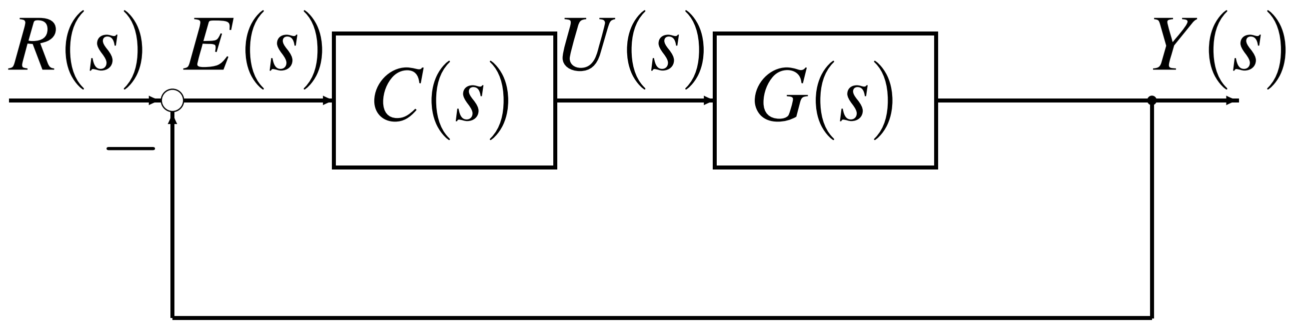
Soros kompenzátor tervezése

Szabályozó tervezés célja

- Stabilitás biztosítása
- Minőségi kritériumok biztosítása

A szabályozási hatásvázlat:



Stabilitás biztosítása a zárt rendszer pólusai alapján:

A zárt rendszer átviteli függvénye:

$$G_z(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{G_H(s)}{1 + G_H(s)},$$

ahol $G_H(s)$ a *hurokátviteli függvény*.

A zárt rendszer stabilis akkor és csak akkor, ha pólusai a baloldali komplex félsíkon helyezkednek el, tehát az

$$1+G_H(s)=0$$

egyenlet $p_1,\ldots,p_n$ gyökeire teljesül a $\operatorname{Re} p_i<0$, $i=1,\ldots,n$ feltétel, ahol n a $G_H(s)$ pólusainak száma.

A stabilitás biztosítása a felnyitott hurok $G_H(i\omega)$ frekvenciafüggvényének Bode diagramja alapján:

A fázistartalék kapcsolata a stabilitással:

$$\varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$$

- Ha $\varphi_t > 0$ akkor a zárt rendszer stabil
- Ha $\varphi_t = 0$ akkor a zárt rendszer a stabilitás határhelyzetében van
- Ha $\varphi_t < 0$ a zárt rendszer instabil

Minőségi kritériumok időtartományban:

A rendszer átmeneti függvénye alapján:

1. **beállási érték**: a kimenet állandósult állapotbeli értéke (stabil rendszer esetén):

$$y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t)$$

2. **szabályozási idő**: az a T_s időpillanat, ami után már a rendszer kimenete a beállási értéktől $\pm 5\%$-nál jobban nem tér el:

$$0,95 * y(\infty) \le y(\tau) \le 1,05 * y(\infty) \quad \forall \tau \ge T_s$$

3. **szabályozási eltérés**: a megkívánt érték (referencia jel) és az állandósult állapotbeli érték különbsége:

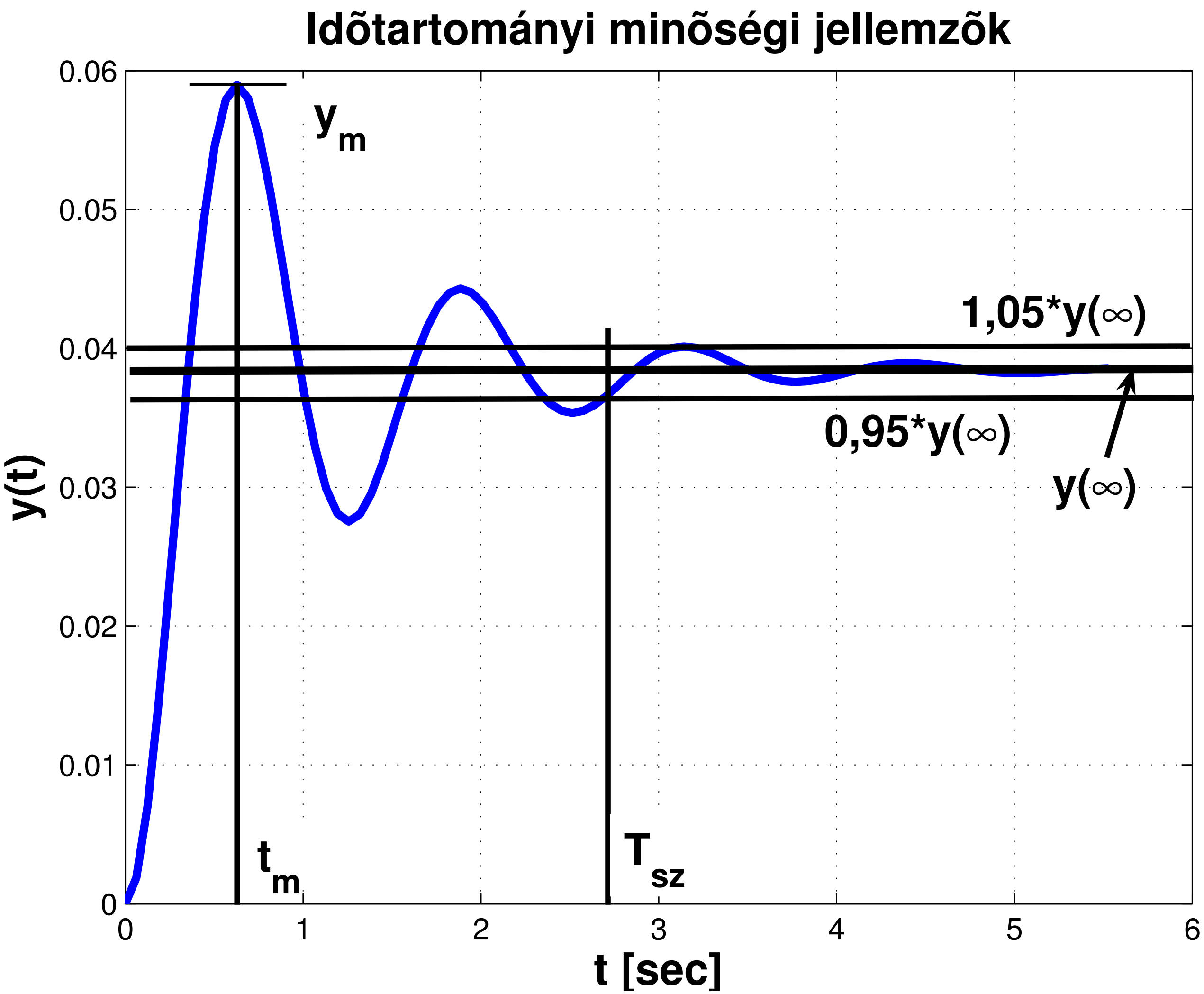
$$e(\infty) = y(\infty) - r(\infty)$$

4. **túllendülési idő**: az a t_m időpillanat, amikor a kimenet a maximális túllendülést eléri:

$$\max_t |y(t) - y(\infty)| = |y_m - y(\infty)| \;\; ahol \;\; y_m = y(t_m)$$

5. **túllendülés mértéke**: a túllendülés %-ban kifejezett értéke:

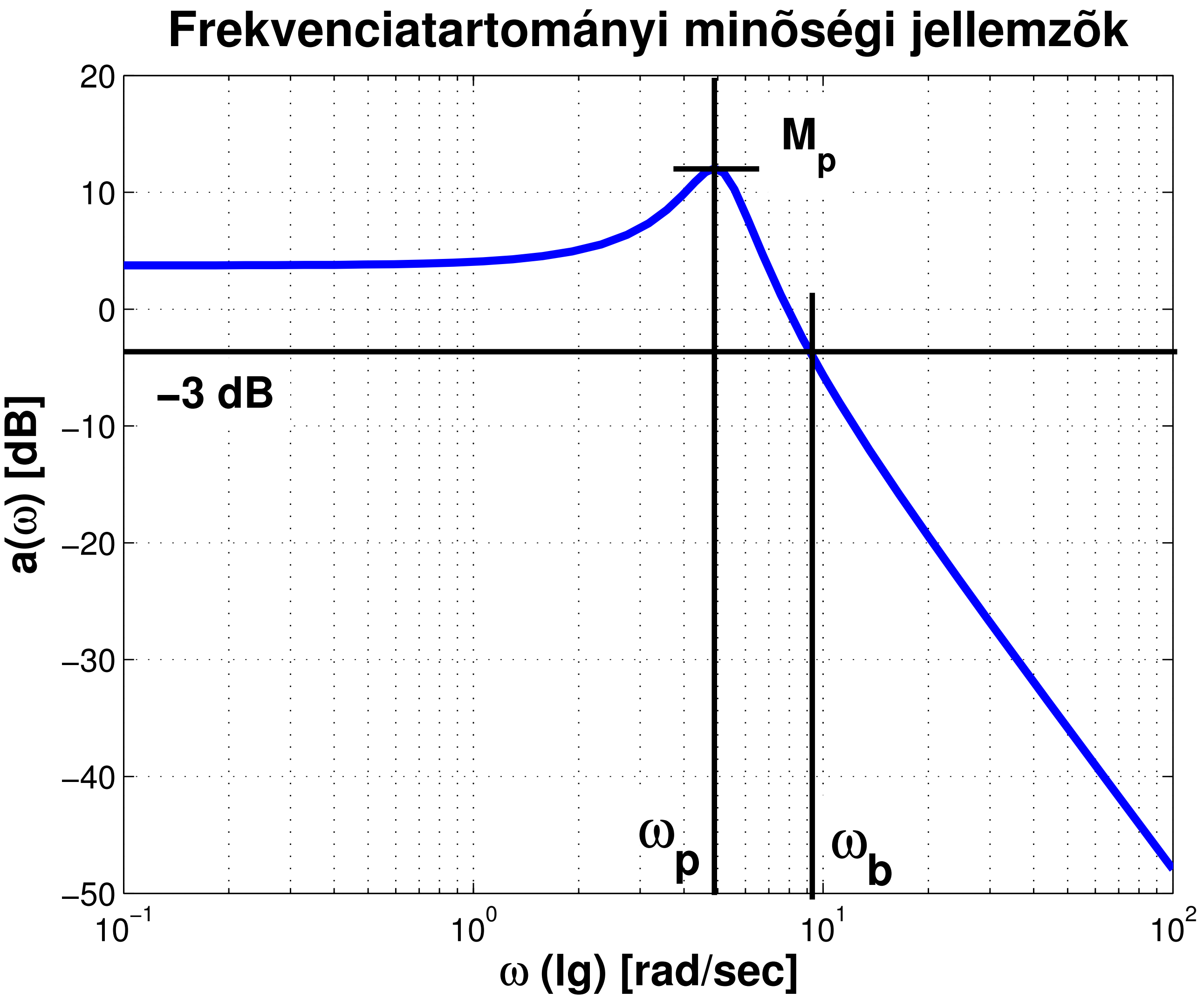
$$p = \sigma \cdot 100\% = \frac{|y_m - y(\infty)|}{|y(\infty)|} \cdot 100\%$$


Idõtartományi minõségi jellemzõk
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
y(t)
0
1
2
3
4
5
6
t [sec]
y_m
t_m
T_sz
1,05*y(∞)
0,95*y(∞)
y(∞)

Minőségi kritériumok frekvenciatartományban:

A zárt rendszer $G_z(i\omega)$ frekvenciafüggvényének Bode amplitúdó diagramja alapján:

1. **rezonanciacsúcs**: M_p az amplitúdó diagram maximális értéke
2. **rezonancia frekvencia**: ω_p a rezonanciacsúcs körfrekvenciája
3. **sávszélesség**: ω_b az a körfrekvencia, ahol az amplitúdó diagram eléri a $-3dB$-es értéket


Frekvenciatartományi minõségi jellemzõk
20
10
0
–10
–20
–30
–40
–50
a(ω) [dB]
M_p
–3 dB
ω_p
ω_b
10^–1
10^0
10^1
10^2
ω (lg) [rad/sec]

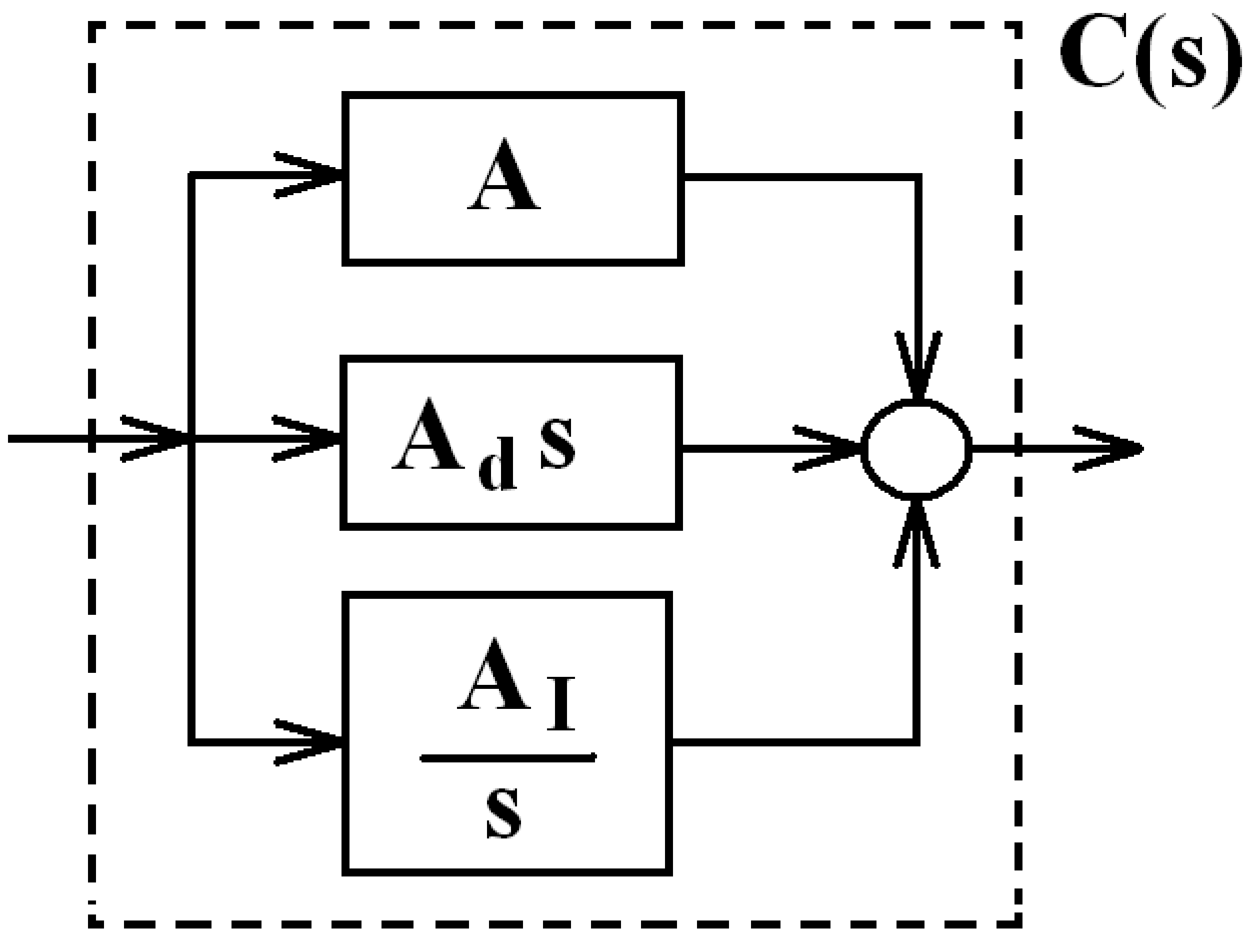
Soros kompenzátor tervezése a felnyitott hurok

$$G_H(i\omega) = C(i\omega)G(i\omega)$$

frekvenciafüggvényének Bode diagramja alapján *adott fázistartalék biztosítására* történik.

A leggyakrabban használt előírt fázistartalék értékek: 30°, 45°, vagy 60°.

A cél a $C(s)$ szabályozó blokk megtervezése 0 tárolós alaptagok párhuzamos kapcsolásaként:


C(s)
A
A d s
A I
s

Az alaptagok hatása a szabályozás minőségi jellemzőire:

- **0TP** *arányos* (A) tag: gyorsítja a rendszert, de nem biztosít zérus követési hibát (kivéve, ha a rendszer eleve integráló tulajdonságú).

- **0TD** ($A_d s$) *differenciáló* tag: jelentősen gyorsítja a rendszert, de a zajokat erősíti, ezért önmagában nem használják
- **0TI** ($\frac{A_I}{s}$) *integráló* tag: zérus követési hibát biztosít, de lassítja a rendszert

A leggyakrabban használt kombinációk: PD, PI, PID

1. Példa

Legyen az irányítandó rendszer átviteli függvénye:

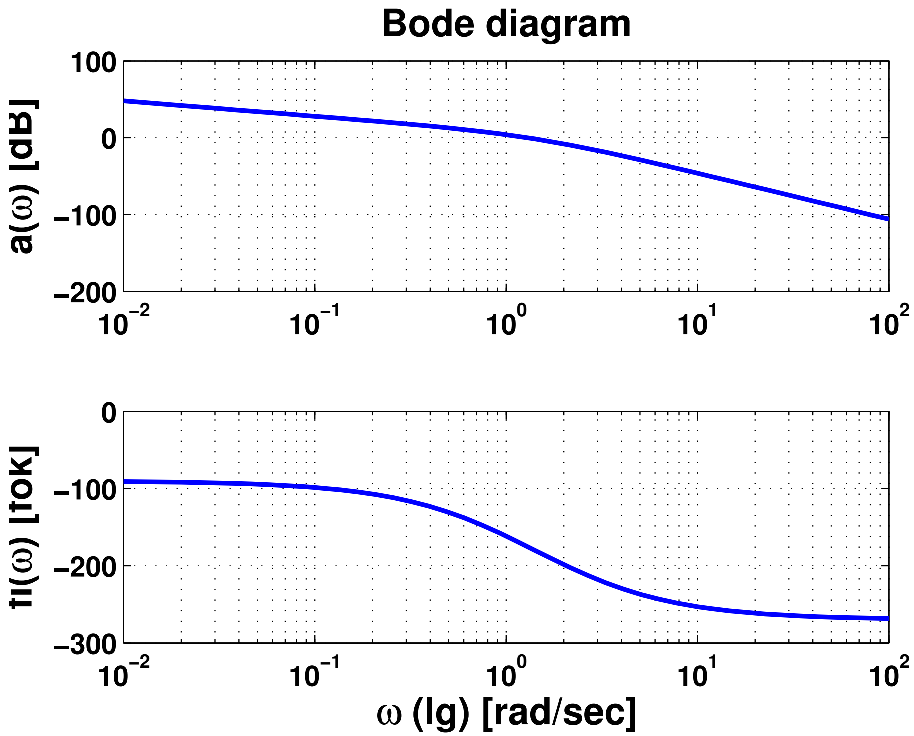
$$G(s) = \frac{5}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

Tervezzünk soros, arányos kompenzátort $\varphi_t = 30^\circ$ *fázistartalék biztosítására!*

Válasszuk a kompenzátort először $A = 1$ értékűre:

$$G_H(s) = A \cdot G(s) = 1 \cdot \frac{5}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

Az így kapott $G_H(i\omega)$ frekvenciafüggvény Bode diagramja:

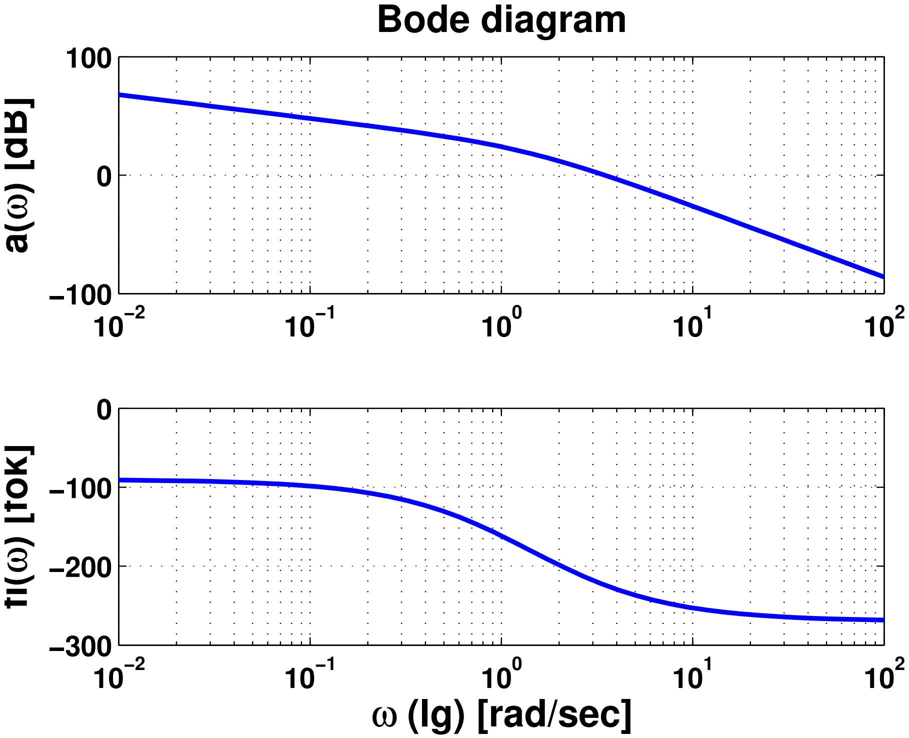


$$\varphi_t = 6^\circ \;\; \omega_c = 1,27 rad/sec \;\; \kappa_t = 1,61 dB \;\; \omega_k = 1,42 rad/sec$$

Változtassuk meg A értékét úgy, hogy $\varphi_t = 30^\circ \rightarrow \varphi(\omega_c) = -150^\circ$ legyen, kihasználva, hogy $G_H(i\omega) = A \cdot G(i\omega)$ Bode diagramja az A és $G(i\omega)$ tagok külön–külön ábrázolt Bode diagramjának összege, és A esetében $a(\omega) = 20 \cdot log(A)$ és $\varphi(\omega) = 0^\circ$!

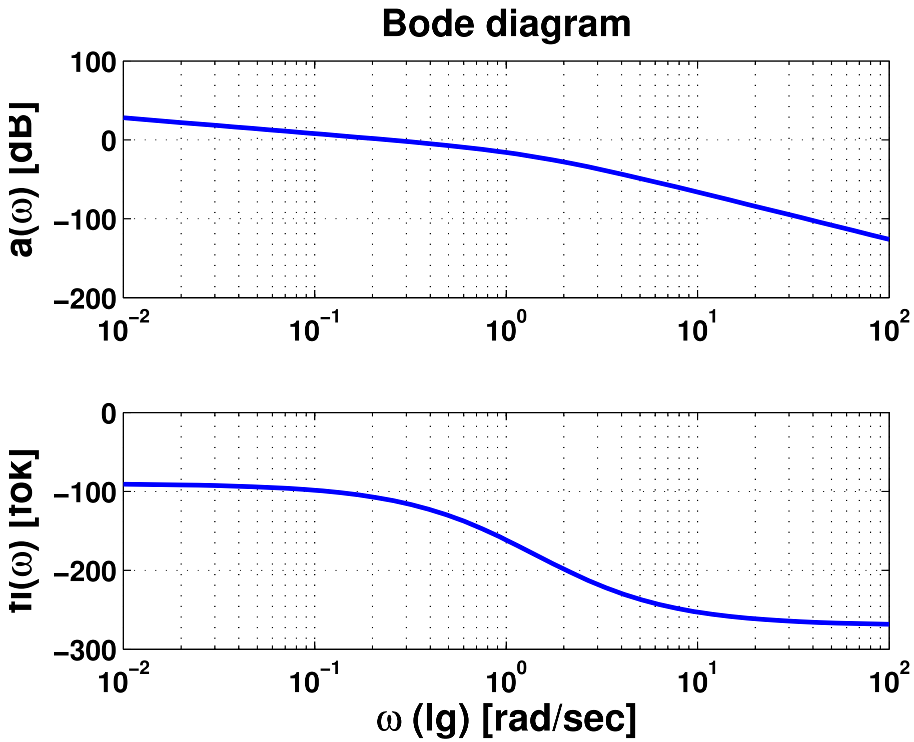
Így: *Egy egységtől eltérő arányos tag az amplitúdó függvényt önmagával párhuzamosan eltolja, mégpedig $A > 1$ esetben felfelé, $A < 1$ esetben pedig lefelé, miközben a fázisdiagramot változatlanul hagyja.*

Például A=10 esetben:



$$\varphi_t = -44^\circ \;\; \omega_c = 3,48 rad/sec \;\; \kappa_t = -18,3 dB \;\; \omega_k = 1,42 rad/sec$$

A=0,1 esetben pedig:



$$\varphi_t = 69^\circ \;\; \omega_c = 0,242 rad/sec \;\; \kappa_t = 21,7 dB \;\; \omega_k = 1,42 rad/sec$$

A soros kompenzátort úgy kell megválasztani, hogy $\varphi_t = 30^\circ \rightarrow \varphi(\omega_c) = -150^\circ$ adódjon.

Ehhez le kell olvasni előjelhelyesen a $\varphi(\omega) = -150^\circ$-hoz tartozó x amplitúdó értéket (a 0dB-es tengelytől mérve dB-ben).

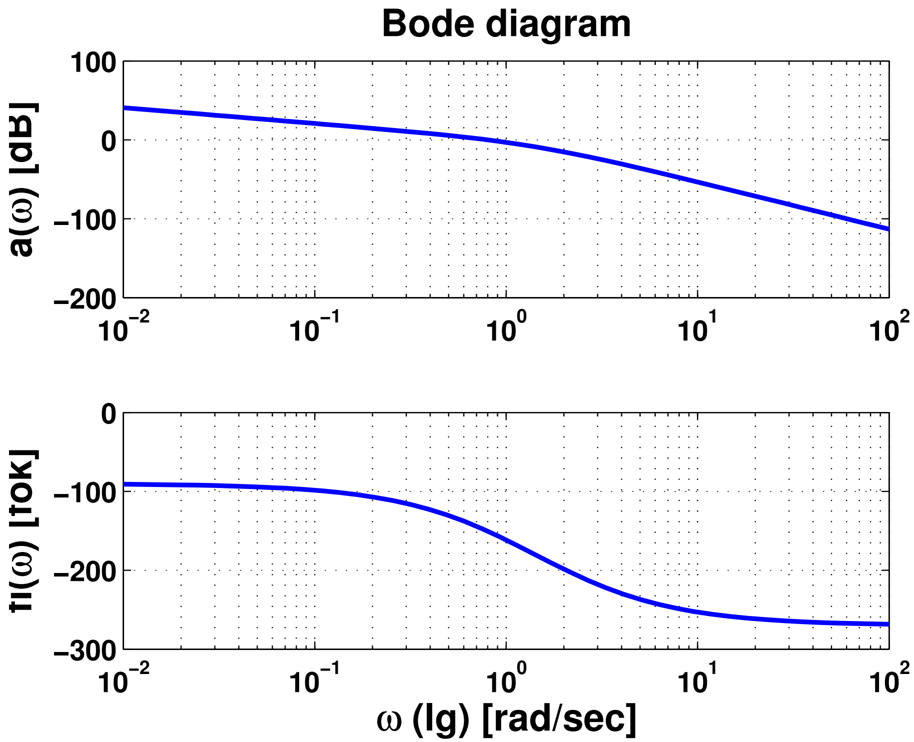
Az A erősítést úgy kell megválasztani, hogy pontosan ezzel az értékkel ellentétesen tolja el az amplitúdó diagramot:

$$20 \cdot log(A) = -x$$

Így a keresett erősítés értéke:

$$A = 10^{-\frac{x}{20}}$$

Esetünkben $A = 0,438$ érték oldja meg a feladatot:



$$\varphi_t = 30^\circ \;\; \omega_c = 0,791 rad/sec \;\; \kappa_t = 8,65 dB \;\; \omega_k = 1,42 rad/sec$$

Összefoglalva, a soros kompenzátor tervezés lépései a következők:

1. Eldöntjük, hogy milyen kompenzátort és milyen fázistartalékkal kívánunk tervezni.

2. A tervezendő konstans (A, A_d, A_I) egység értékére felrajzoljuk a felnyitott hurok Bode diagramját.

3. Leolvassuk a kitűzött φ_t fázistartalékhoz tartozó x amplitúdó értéket és $-x$ használatával meghatározzuk az A v. A_d v. A_I konstans értékét.

4. Megvizsgáljuk a zárt (szabályozott) rendszer minőségi tulajdonságait.

2. Példa

Legyen az irányítandó rendszer átviteli függvénye:

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 3s + 2}$$

Tervezzünk jelkövetést garantáló soros kompenzátort $\varphi_t = 30^\circ$ *fázistartalék biztosítására!*

Mivel $G(s)$ nem integráló tulajdonságú, ezért $C = \frac{A_I}{s}$ integráló kompenzátor alkalmazása szükséges. Így

$$G_H(s) = A_I \cdot \frac{5}{(s^2+3s+2)s} = A_I \cdot \frac{5}{s^3+3s^2+2s}$$

Innentől a tervezés menete és eredménye is megegyezik az előző példával, csak éppen A_I-t számoljuk A helyett.

A zárt rendszer átviteli függvénye:

$$G_z(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

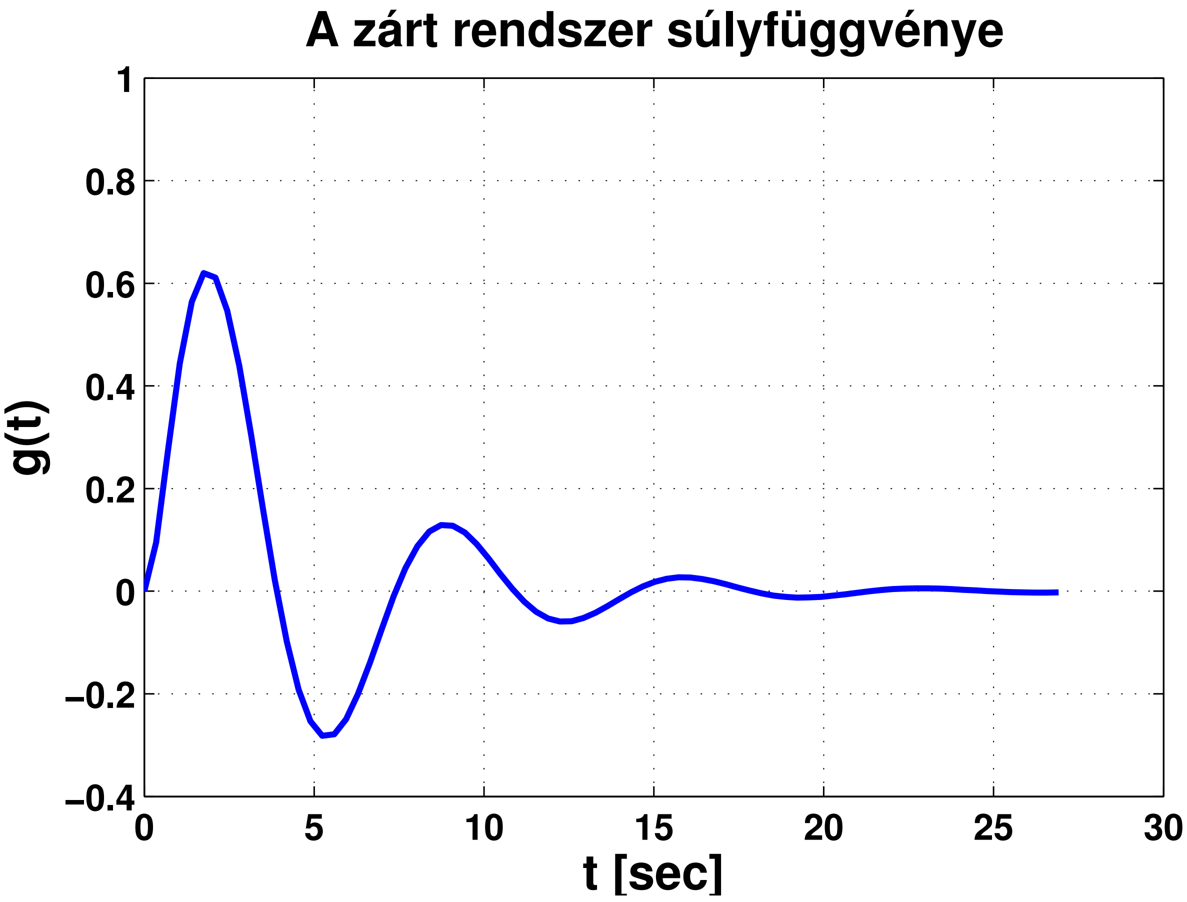
Elemzés:

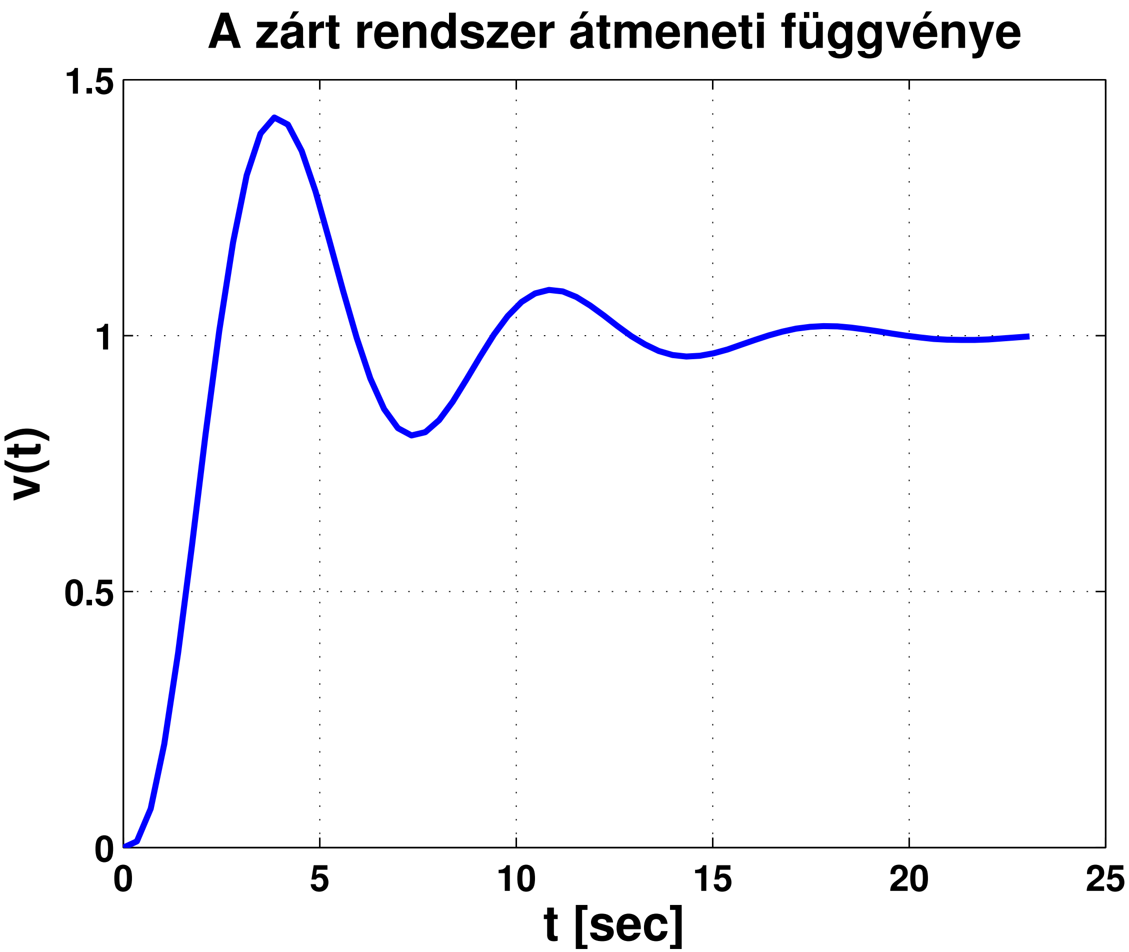
1. Időtartományban (pólusok, súly- és átmeneti függvény)
2. Frekvenciatartományban (Bode és Nyquist diagramok)

Az 1. példában a zárt (szabályozott) rendszer átviteli függvénye:

$$G_z(s) = \frac{2,19}{s^3 + 3s^2 + 2s + 2,19}$$

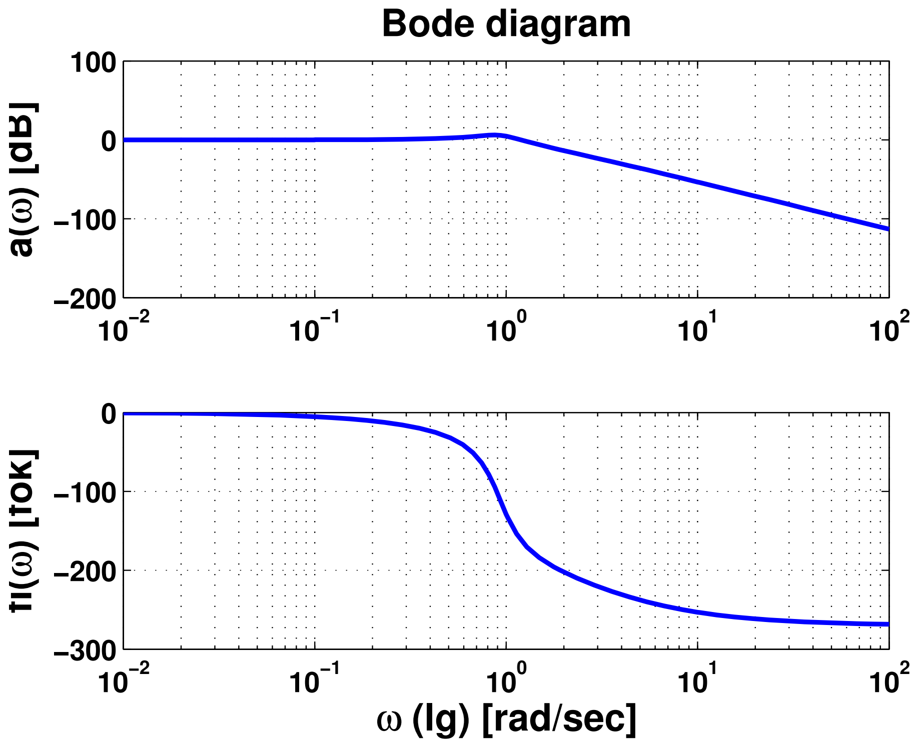
A zárt rendszer pólusai: $p_1 = -2,5526 \;\; p_{2,3} = -0,2237 \pm 0,8988i$





Pólusai, és súlyfüggvénye alapján a zárt rendszer stabil.

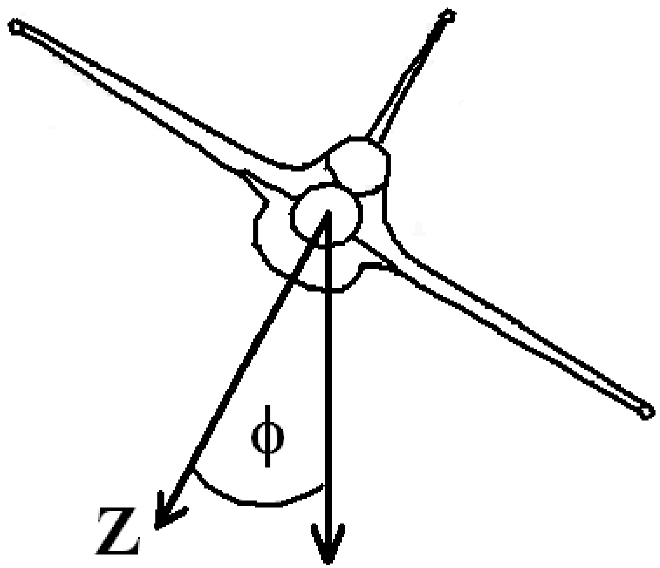
A zárt rendszer Bode diagramja:

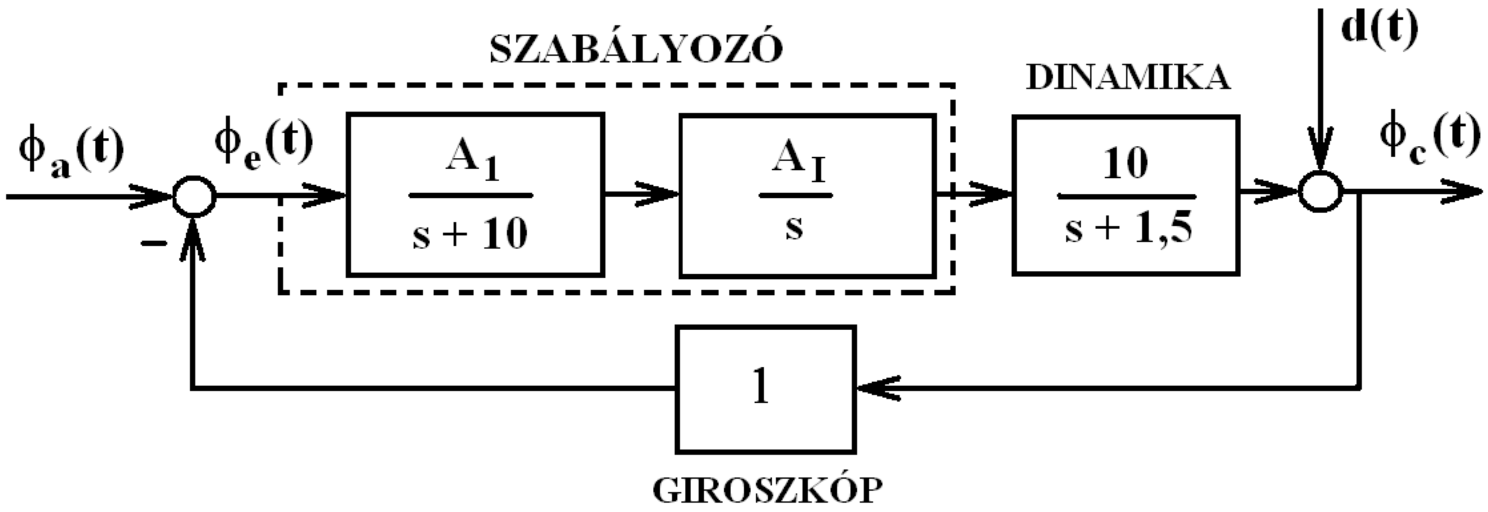


$$M_p = 6,1dB \;\; \omega_p = 0,87rad/sec \;\; \omega_b = 1,326rad/sec$$

3. Példa: Repülőgép dőlésszögének (ϕ) szabályozása

Válassza meg $A_1 A_I$ értékét, hogy a szabályzó biztosítsa a $\varphi_t = 45^\circ$ fázistartalékot!



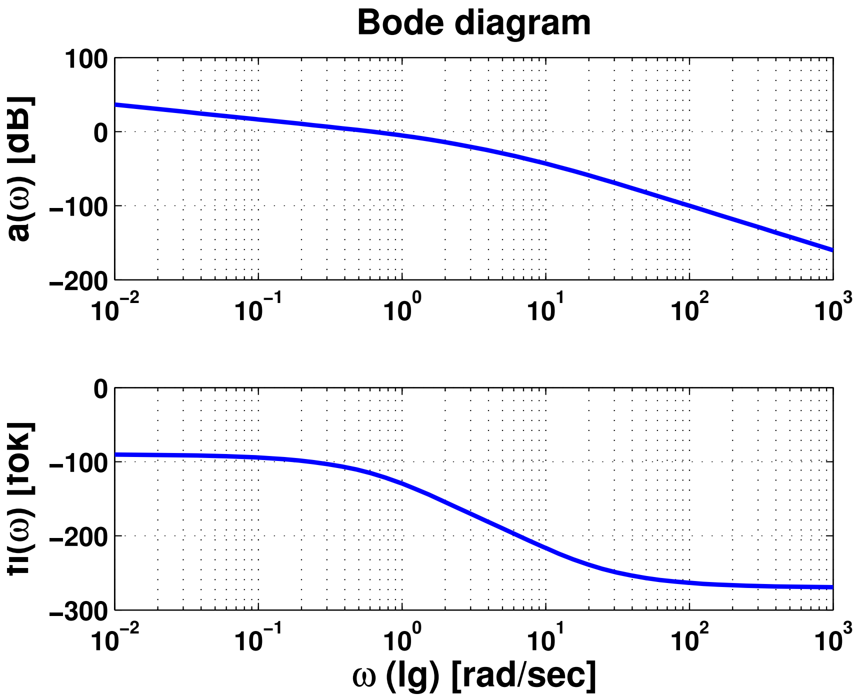


- $\phi_a(t)$: alapjel (referenciajel), a repülő dőlésszöge
- $\phi_e(t)$: hibajel, ami a referenciajel ($\phi_a(t)$) és a szabályozott rendszer kimenetének ($\phi_c(t)$) különbsége
- $\phi_c(t)$: a szabályozott rendszer kimeneti jele

Megoldás Válasszuk meg a következő módon az A_1 és A_I értékeit:

$$A_1 A_I = 1$$

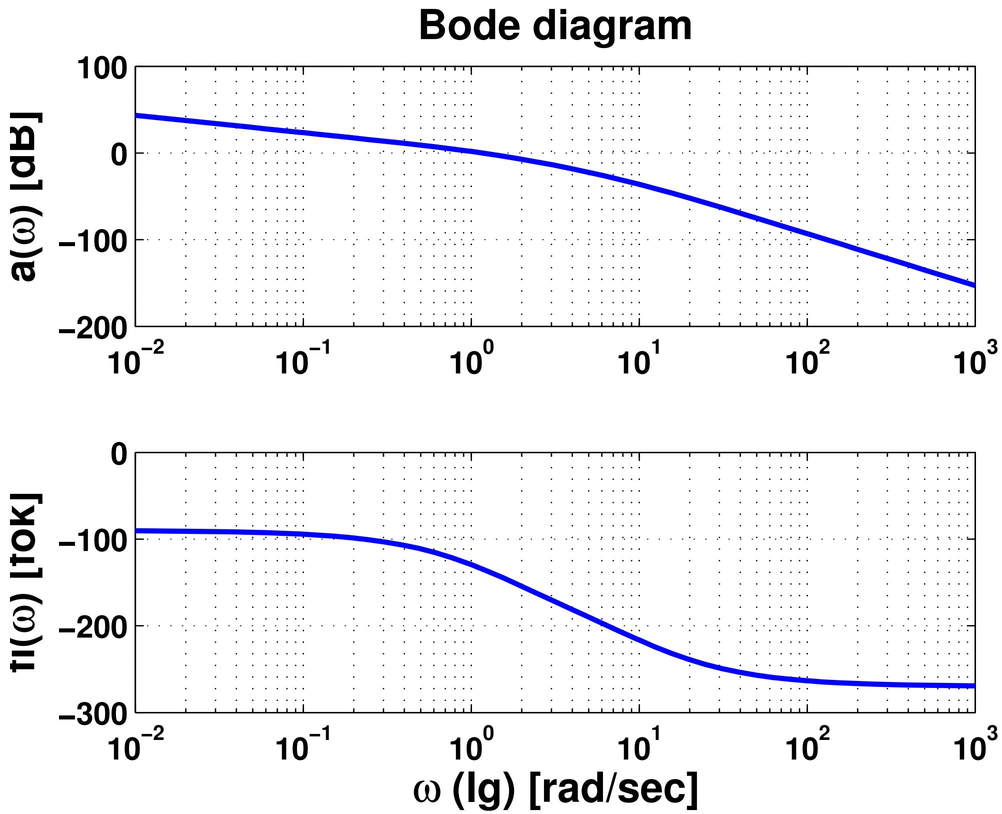
$$G_H(s) = \frac{10}{15} \cdot \frac{1}{s(1+\frac{1}{10}s)(1+\frac{1}{1.5}s)} = \frac{10}{s^3+11.5s^2+15s}$$



$$\varphi_t = 64^\circ \ \ \omega_c = 0,617 rad/sec \ \ \kappa_t = 24,5 dB \ \ \omega_k = 3,83 rad/sec$$

Látható módon a megoldás a fázistartalék csökkentése. $\varphi(\omega) = -135^\circ$ értéken $x = -7dB$. Így $20 \cdot log(A) = 7dB \rightarrow A = 2,2387$

$$G_H(s) = \frac{22,387}{s^3 + 11.5s^2 + 15s}$$



$$\varphi_t = 45^\circ \;\; \omega_c = 1,17 rad/sec \;\; \kappa_t = 17dB \;\; \omega_k = 3,83 rad/sec$$

Aszimptotikus jelkövetés

$$\phi_a(t) = 1(t),\ d(t) = 0$$

$$\lim_{t\to\infty} \phi_e = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{(1 + G_H(s))s} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s(s+10)(s+1.5)}{s(s+10)(s+1.5)+10A} = 0$$

Aszimptotikus zavarelhárítás, ha $d(t)$ **a kimenetre hat**:

$$\phi_a(t) = 0(t),\ d(t) = 1(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} \phi_d^{kimeneti} = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{(1+G_H(s))s} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s(s+10)(s+1.5)}{s(s+10)(s+1.5)+10A} = 0$$

Aszimptotikus zavarelhárítás, ha $d(t)$ **a bemenetre hat**:

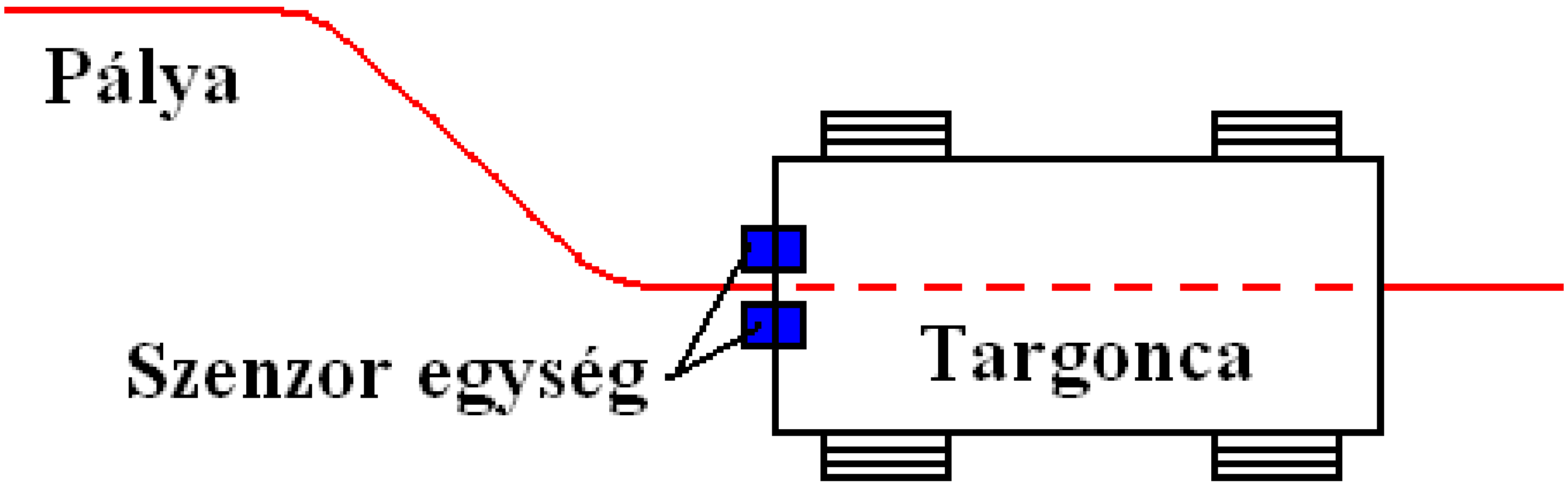
$$\phi_a(t) = 0(t),\ d(t) = 1(t)$$

$$\lim_{t\to\infty} \phi_d^{bemeneti} = \lim_{s\to 0} s \frac{G(s)}{(1+G_H(s))s} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{10s(s+10)}{s(s+10)(s+1.5)+10A} = 0$$

4. Példa: Villamos targonca irányításának tervezése

Egy villamos targonca megfelelő pályán való automatikus vezetését 8 fototranzisztorral biztosítják:

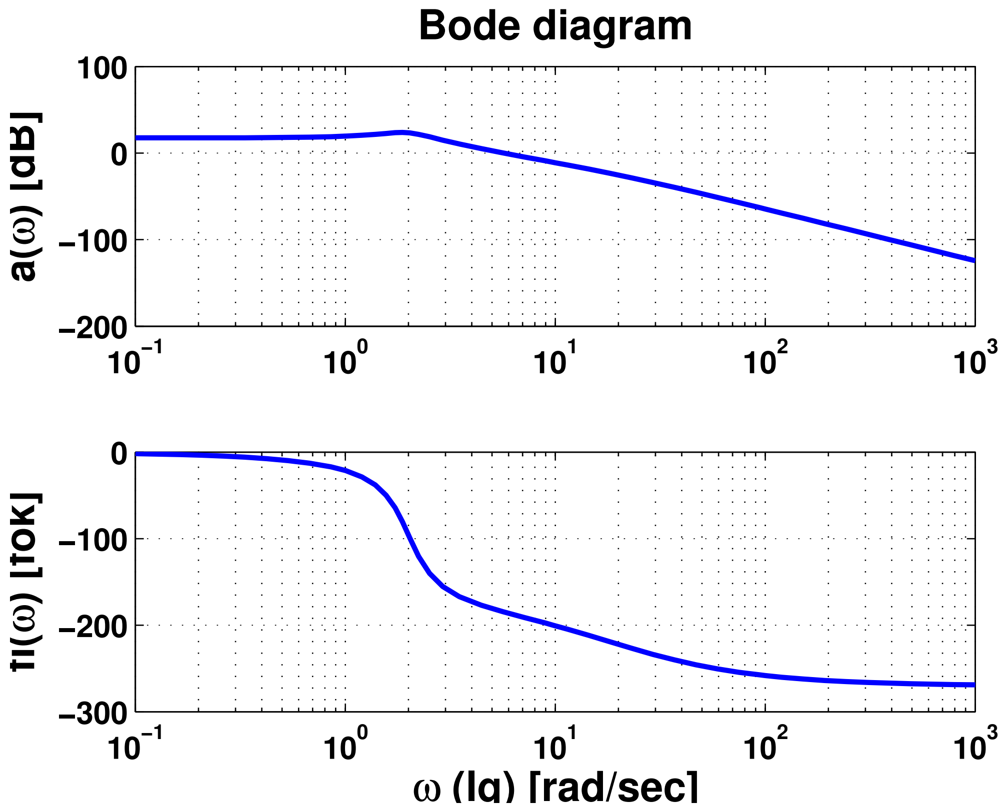


A motor és kocsi dinamikát a következő átviteli függvény írja le:

$$G(s) = \frac{30}{\left(1+\frac{s}{20}\right)\left(s^2+s+4\right)}$$

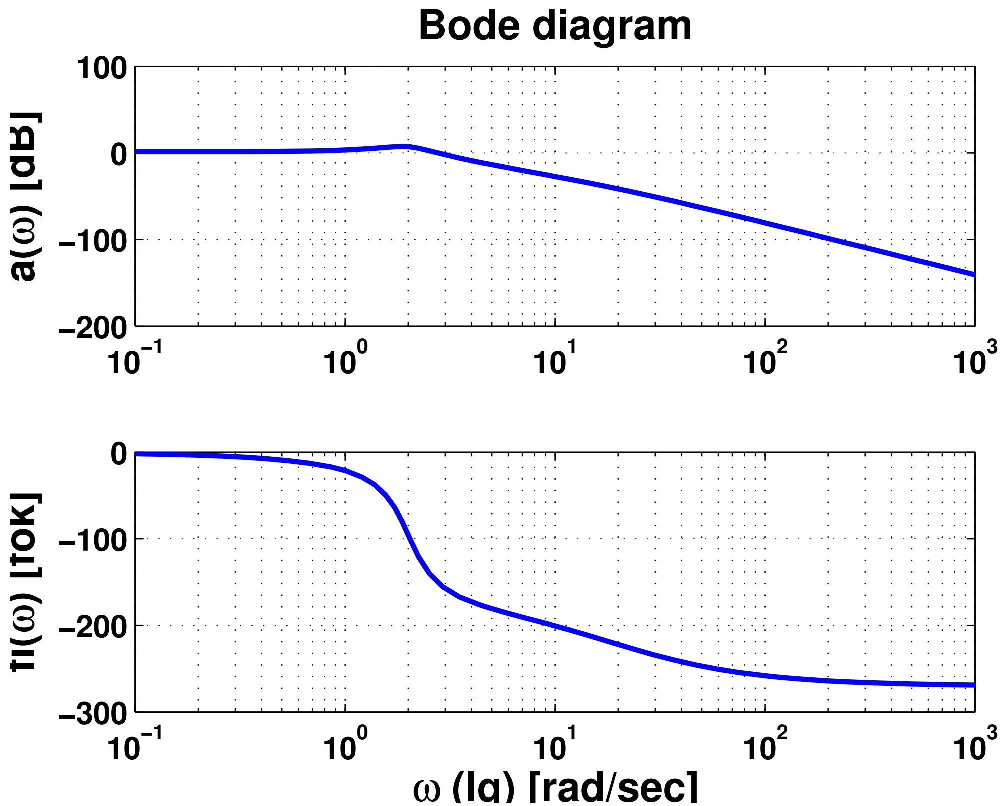
Tervezzünk olyan 30°-os fázistartalékot biztosító stabilizáló soros kompenzátort, amelyik jelkövetést és minimális beállási időt biztosít túllendülés nélkül.

Stabilitás A=1 soros, arányos kompenzátorral:



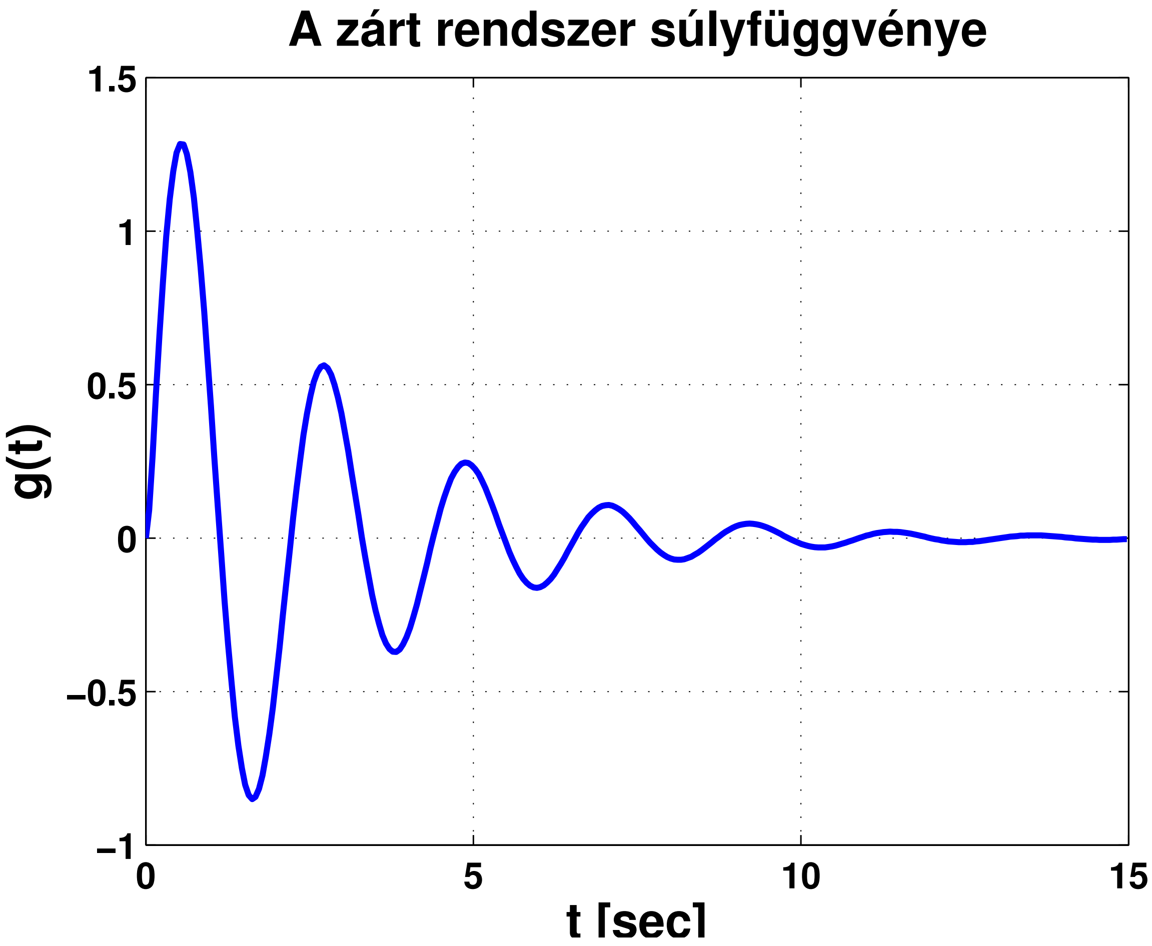
$$\varphi_t = -4^\circ \;\; \omega_c = 5{,}67 rad/sec \;\; \kappa_t = -2{,}91 dB \;\; \omega_k = 4{,}93 rad/sec$$

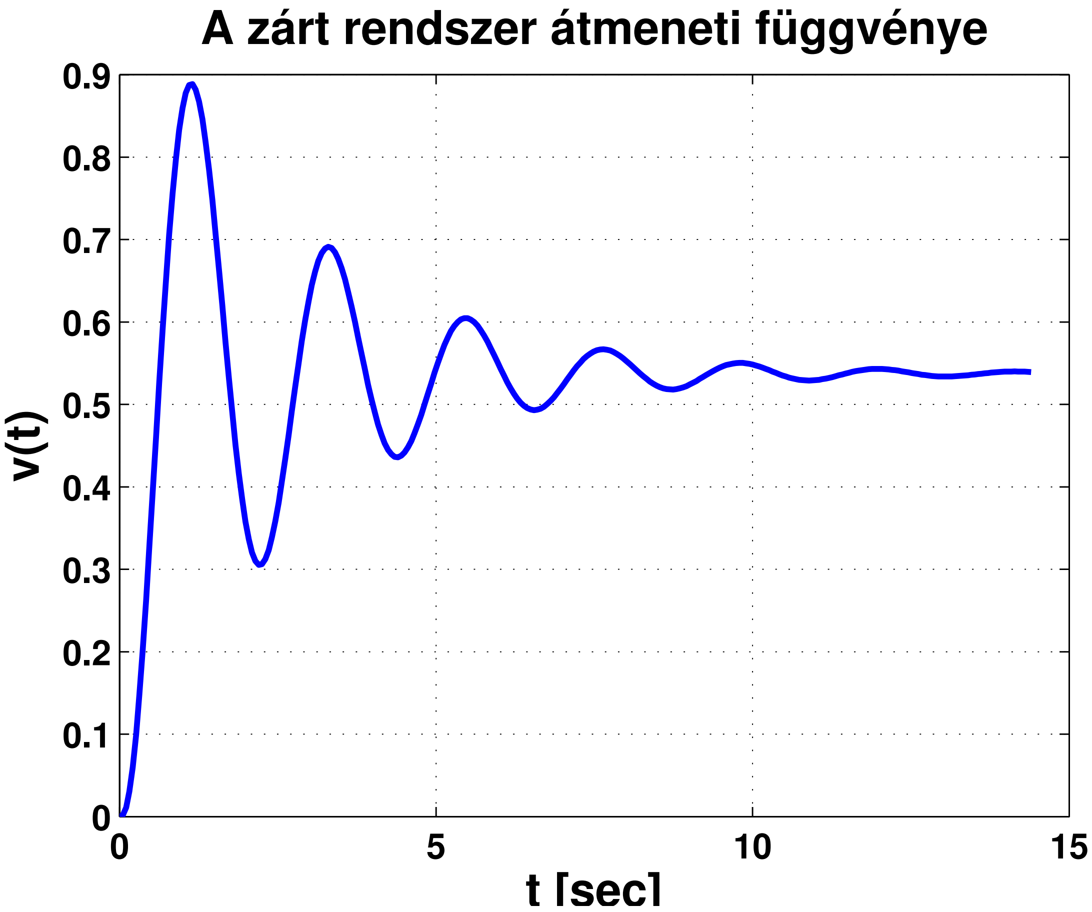
Stabilitás A=0,155 soros, arányos (P) kompenzátorral:



$$\varphi_t = 30^\circ \quad \omega_c = 2,78 rad/sec \quad \kappa_t = 13,3 dB \quad \omega_k = 4,93 rad/sec$$

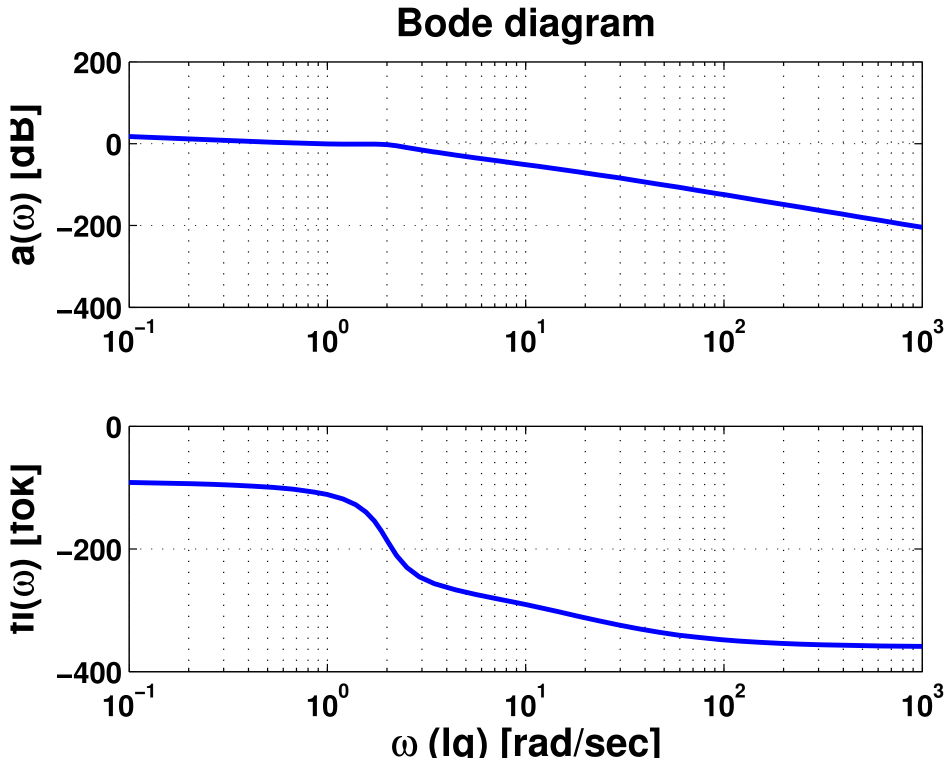
Elemzés időtartományban:





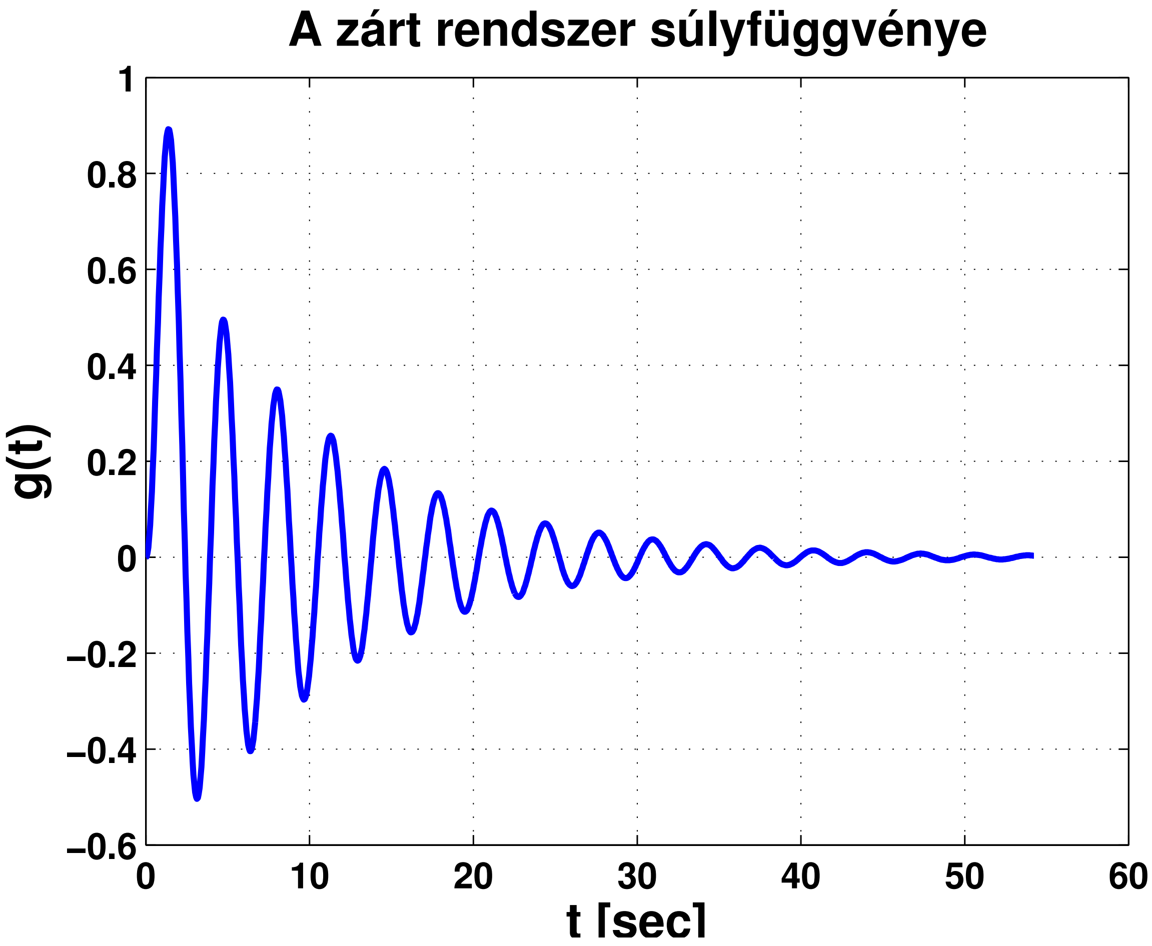
$$y(\infty) = 0,54 \;\; T_{sz} = 6,9sec \;\; p = 64\% \;\; t_m = 1,1sec$$

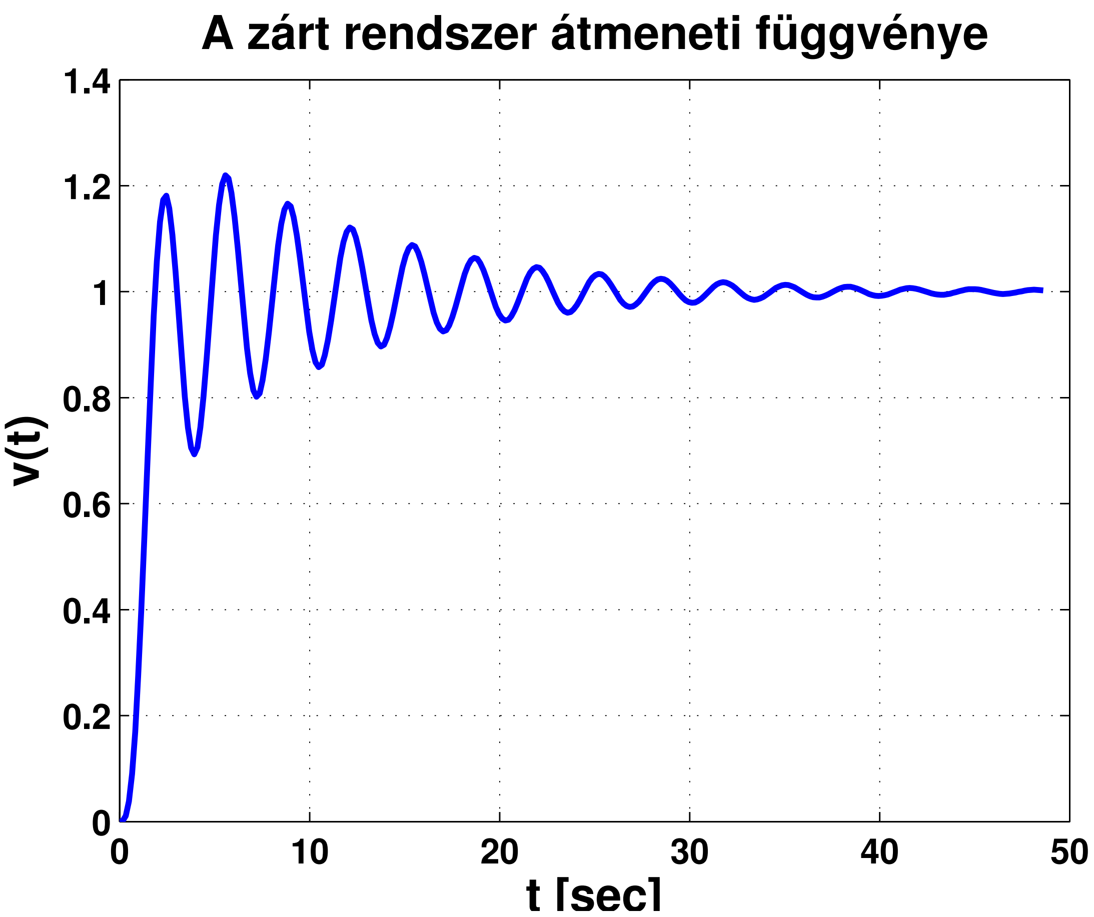
Stabilitás $C(s) = \frac{0,1}{s}$ soros, integráló (I) kompenzátorral:



$$\varphi_t = 71^\circ \;\; \omega_c = 0,911 rad/sec \;\; \kappa_t = 2,27 dB \;\; \omega_k = 1,95 rad/sec$$

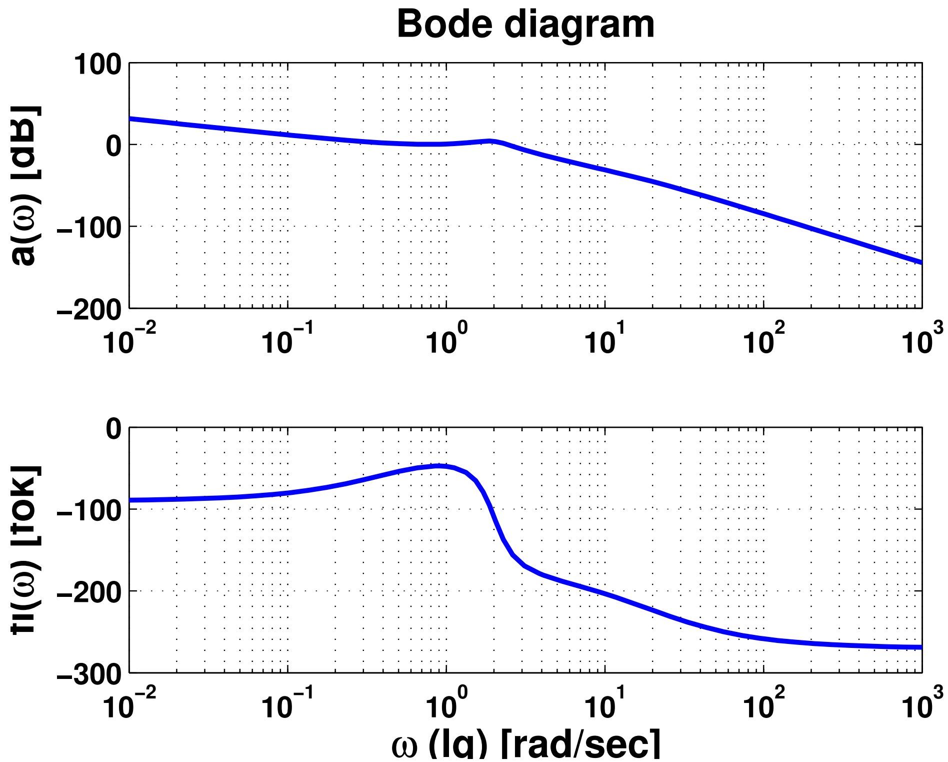
Elemzés időtartományban:





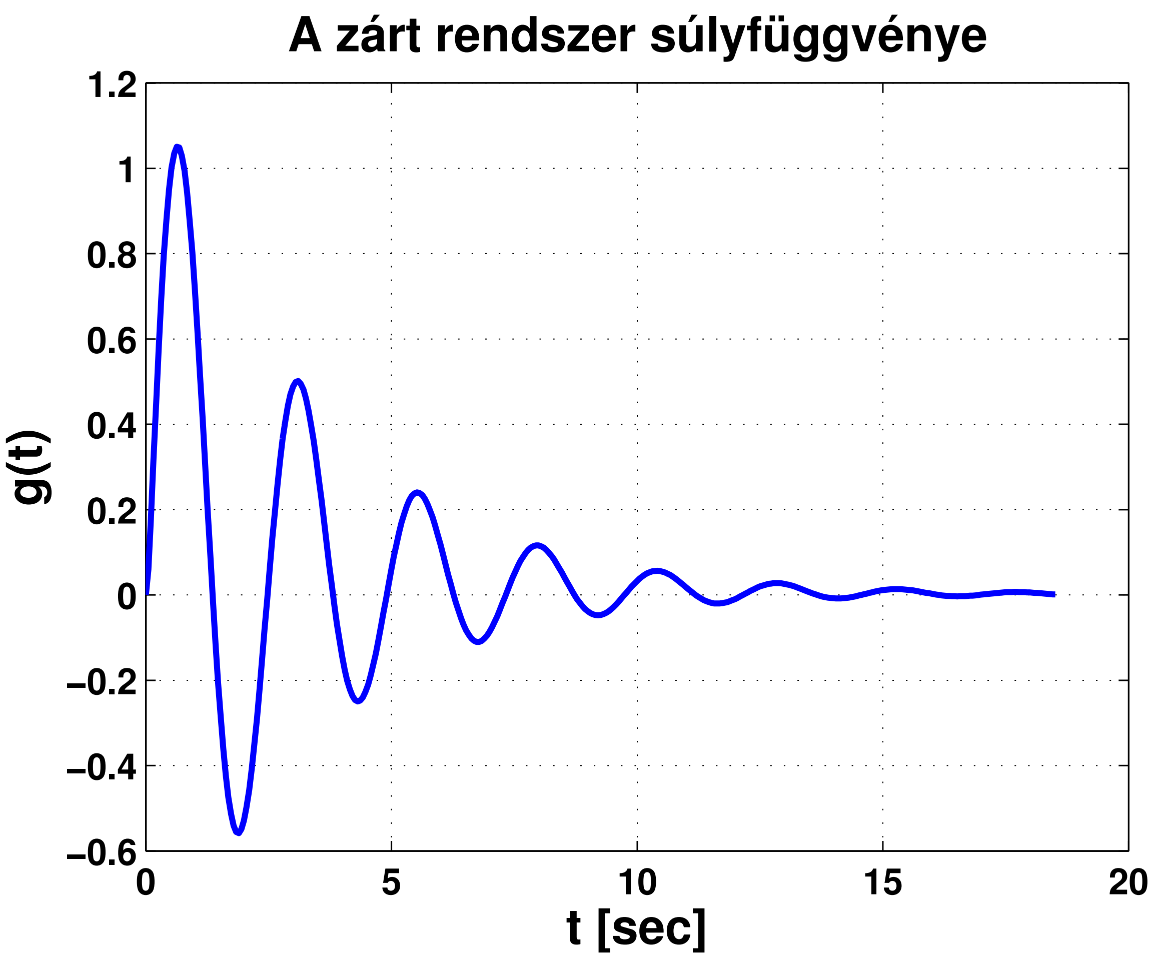
$$y(\infty) = 1 \quad T_{sz} = 20,4 sec \quad p = 22\% \quad t_m = 5,6 sec$$

Stabilitás $C(s) = \frac{0{,}1s+0{,}05}{s}$ soros, PI kompenzátorral:

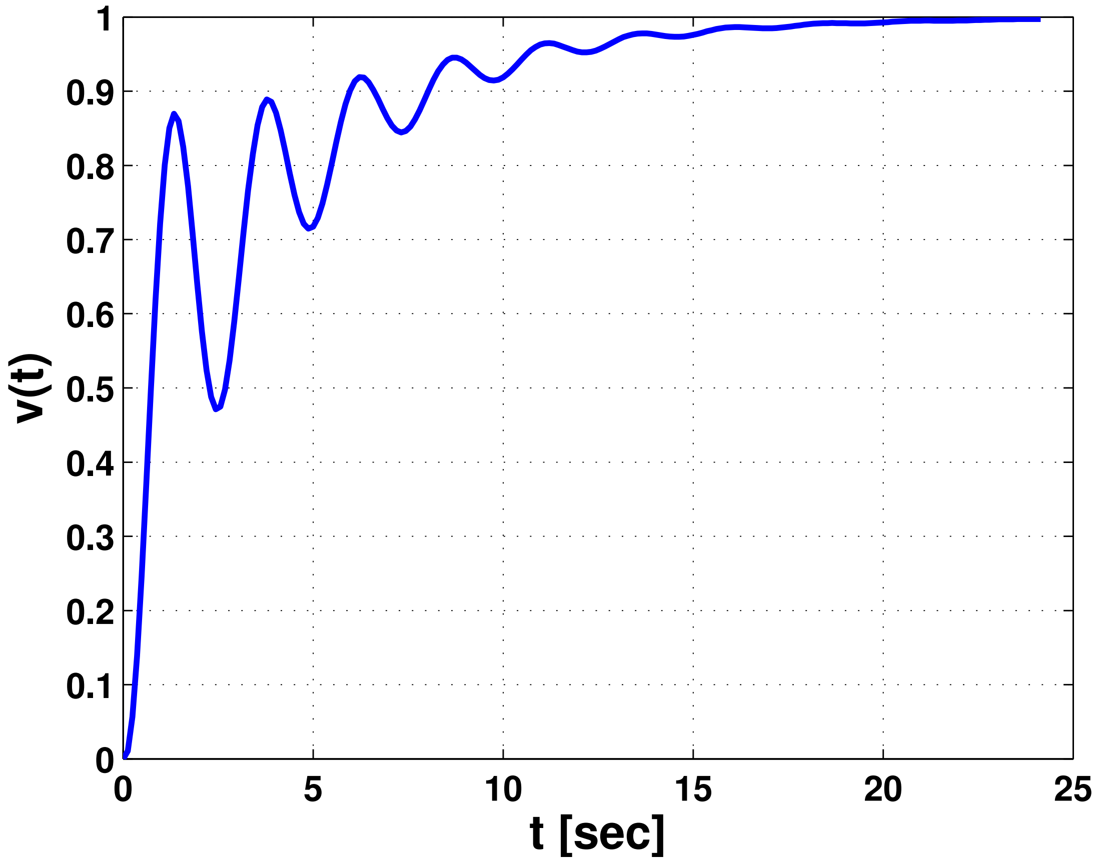


$$\varphi_t = 36^\circ \;\; \omega_c = 2,41 rad/sec \;\; \kappa_t = 12,5 dB \;\; \omega_k = 3,98 rad/sec$$

Elemzés időtartományban:



A zárt rendszer átmeneti függvénye



$$y(\infty) = 1 \quad T_{sz} = 10,6 sec \quad p = 0\% \quad t_m = 2,5 sec$$