A vizsgán használható matematikai segédlet

Néhány függvény és Laplace-transzformáltja ($t > 0$)

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$\alpha \cdot t$	$\frac{\alpha}{s^2}$
$e^{+\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$
$t \cdot e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha^2}$
$\alpha \cdot t^n$	$\frac{\alpha \cdot n!}{s^{n+1}}$
$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$	$\frac{s}{s+\alpha^2}$
$\frac{1}{\alpha^2}[1-(1-\alpha t)e^{-\alpha t}]$	$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$
$\sin bt$	$\frac{b}{s^2+b^2}$
$\cos ct$	$\frac{s}{s^2+c^2}$

Néhány szabály

$k \cdot f(t)$	$k \cdot F(s)$
$f_1(t) \pm f_2(t)$	$F_1(s) \pm F_2(s)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n \cdot F(s)$, ha $f(0) = 0$
$\int f(t)dt$	$\frac{1}{s} \cdot F(s)$
$f(t-t_0)$	$e^{-st_0} \cdot F(s)$

Határértéktételek

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s) \qquad \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

Ha $y(t)=g(t) \to Y(s)=G(s)\overbrace{U(s)}^{1}=G(s)$. Ekkor:

$$\lim_{t\to 0} g(t) = \lim_{s\to\infty} sG(s) \qquad \lim_{t\to\infty} g(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)$$

Ha $y(t)=v(t) \to Y(s)=G(s)\overbrace{U(s)}^{\frac{1}{s}}=G(s)\frac{1}{s}$. Ekkor:

$$\lim_{t\to 0} v(t) = \lim_{s\to\infty} G(s) \qquad \lim_{t\to\infty} v(t) = \lim_{s\to 0} G(s)$$

Euler-összefüggések

$$\cos\omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$
$$\sin\omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$$

Reziduum-tétel ($t > 0$)

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Res}_{p_i}\{F(s)\cdot e^{st}\} = \sum_{i=1}^{n} \lim_{s\to p_i} (s-p_i)\cdot F(s)\cdot e^{st}\text{, ahol } n \text{ a pólusok száma}$$

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = k \cdot \frac{\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}\text{, ahol } p_i\text{-k a pólusok, } z_j\text{-k a zérusok}$$